3. POLINOMI

Un **polinomio** è una somma algebrica di monomi.

Es.: .....

Se il polinomio è formato da due monomi si chiama **binomio**.

Se il polinomio è formato da tre monomi si chiama **trinomio**.

Il **grado del polinomio** è quello del suo monomio di grado più alto.

Es.: $m^4 + m^2 + 1$ ha grado .....
$ab^2 + a^5b - 3a$ ha grado .....

Nel secondo polinomio si può precisare anche il *grado rispetto alle lettere*:

- il grado rispetto ad a è 5;
- il grado rispetto a b è 2.

Somma di polinomi.

ESEMPI:

$(3x^2 + 2x + 1) + (5x^2 - 3x + 8) =$ ....

$(8a^3 + 4a - 5) + \left(\frac{1}{2}a^3 - 2a^2\right) =$ ....

REGOLA	grazie alla proprietà associativa dell'addizione è possibile tralasciare le parentesi. Si sommano poi tra loro i monomi simili.

Sottrazione di polinomi.

ESEMPI:

$(3a + 5) - (8a^3 + 4a^2 - a) =$ ....

$(7m^3 + m - 2) - (-4m^2 - 2m + 9) =$ ....

REGOLA	quando le parentesi sono precedute dal segno -, si possono eliminare cambiando il segno a tutti i termini che sono racchiusi tra parentesi. Si eseguono poi le addizioni/sottrazioni tra monomi simili.

ESERCIZIO: cerca di semplificare saggiamente: prima togli le parentesi tonde, poi calcola quel che si può; poi togli le quadre ...

$m-\{m-[m-(m+1)]\}=$ ....

$3x+2-[5x+4-(-3x+2)]=$ ....

$\frac{3}{4}a+\frac{3}{4}b-\left(\frac{1}{3}a+\frac{1}{3}b\right)=$ ....

$\frac{2}{3}x-\left[2+\frac{7}{2}x-\left(\frac{4}{5}+2x\right)\right]=$ ....

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio.

ESEMPI:
$3x\bullet(2x-4)=$ ....
$-5x\bullet(8x^2-3x+2)=$ ....

REGOLA	il prodotto di un monomio per un polinomio si ottiene moltiplicando il monomio per ogni termine del polinomio.

Questa regola ti è nota come proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione (sottrazione).

ESERCIZI: calcola.

$3a\bullet(5a^2-3x+9)=$ ....

$5a^2\bullet(ax^2-5ax+x)=$ ....

$(2a^3-3a+5)\bullet(-4a^2)=$ ....

$(m^4-m^3+m^2-1)\bullet(-mt^2)=$ ....

Moltiplicazione di due polinomi.

ESEMPI:
$(2a+3b)\bullet(a-b)=$ ....
$(a^4+2a^3+3a-2)\bullet(b-5a)=$ ....

REGOLA	il prodotto di un polinomio con un polinomio si ottiene moltiplicando ogni termine del primo per tutti i termini del secondo.

ESERCIZI SUI POLINOMI

1. Determina il grado dei seguenti polinomi

a) $-x^2+5x^3+2x-3$ b) $-2xy^5+4x^2y^3-2xy+3t$ c) $5xt^7y^6+4x^2t^3y^5+2$

2. Calcola.

$2(x-1)+3(2x-3)-(4x-5)=$
$2(u-1)-(3u+2)-2(2u-3)=$
$2y-3y[4-2(y-1)]=$
$4a-2a[5-3(a+2)]=$
$(m-n)(m+n)=$
$(4t-3)(4t+3)=$
$(3x+2y)(x-3y)=$
$(2m-6)(2m+6)=$
$(3x+2y)(3x-2y)=$
$(6x-4y)(5x+3y)=$

3. Calcola.

$5(x+h)-4-(5x-4)=$
$6(x+h)+2-(6x+2)=$
$3(x+h)^2+2(x+h)-(3x^2+2x)=$
$4(x+h)^2-5(x+h)-(4x^2-5x)=$

4. Siano

$$A=a^3-3a^2b^2+7ab^3-5b^2, B=3a^4-5a^3b-2a^2b^2+7ab^3 \text{ e } C=-a^4+a^3b+5b^2$$

Calcola a) A + B - C b) A + C - B c) B - A + C

5. Problemi di geometria. (Non dimenticare il disegno.)

a) La larghezza di un rettangolo è di 5 centimetri inferiore della sua lunghezza. Se x rappresenta la lunghezza, scrivi un'espressione algebrica che rappresenti il perimetro del rettangolo. Semplifica l'espressione.

b) La lunghezza di un rettangolo é 8 metri in più della sua larghezza. Se x rappresenta la larghezza del rettangolo, scrivi un'espressione algebrica che rappresenti l'area del rettangolo. Semplifica l'espressione.

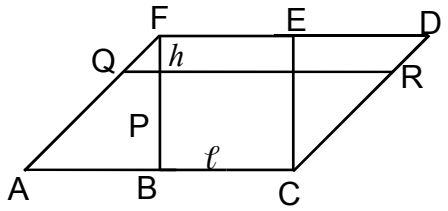
c) Un tubo cilindrico cavo é lungo 100 cm, spesso 1 cm e ha un raggio interno di x cm. Scrivi un'espressione algebrica che permetta di calcolare il volume della plastica usata per costruire il tubo. (Il volume di un cilindro di raggio r é dato da $V = \pi r^2 h$).

d) Un contenitore per spedire dei computer viene costruito rivestendo un cubo di metallo con del polistirolo. Se il cubo di metallo ha lo spigolo di x centimetri e lo spessore del polistirolo é di 2 cm, scrivi un'espressione algebrica che rappresenti il volume di polistirolo utilizzato. (Il volume del cubo di spigolo s é dato da $V = s^3$)

e) E' dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo *m* e il lato BC lungo *n* ; sul lato DC considera un punto P che ha distanza *h* da D. Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare l'area *S* del trapezio ABCP;
- determinare l'area *S* nel caso in cui ABCD sia un quadrato;
- determinare l'area *S* nel caso in cui ABCD sia un quadrato con il lato lungo 10 e P divida a metà il lato DC.

f) Sia ACDF un parallelogramma costruito accostando ad un quadrato BCEF, di lato ℓ, i due triangoli rettangoli rispettivamente e isosceli. Sul lato FB si fissa un punto P che ha una distanza *h* da F. Da P si traccia la parallela QR ad AC .
Trova l'espressione letterale più semplice per indicare l'area del parallelogramma ACRQ .



6. Esprimi sotto forma simbolica la somma tra il doppio della mia altezza aumentata di 5 cm e il doppio della mia altezza, aumentato di 5 cm (indica con una lettera la mia altezza e fa attenzione alle virgole e agli aggettivi maschili o femminili: dovrai usare delle parentesi!).

7. Un chilo di mele ha un certo prezzo x Fr. Sapendo che un chilo di uva costa il doppio di quanto costano le mele più 0.50 Fr, trova il costo di 3 Kg d'uva in funzione di x.

Soluzioni:

2. $4x-6$ $16t^2-9$

$-5u+2$ $3x^2-7xy-6y^2$

$6y^2-16y$ $4m^2-36$

$6a^2+6a$ $9x^2-4y^2$

m^2-n^2 $30x^2-2xy-12y^2$

3. $5h$ $6h$ $6xh+3h^2+2h$ $8xh+4h^2-5h$

4. a) $a^3-5a^2b^2+14ab^3-10b^2+4a^4-6a^3b$

b) $a^3-a^2b^2-4a^4+6a^3b$

c) $2a^4-4a^3b+a^2b^2-a^3+10b^2$

5. a) $4x-10$ d) $(x+4)^3-x^3$

b) x^2+8x e) $(2m-h).n/2$ 75

7. $6x+1,50$